Experimento 5

Aula A

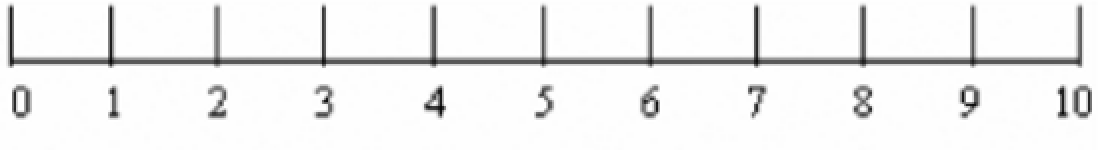
Linearização de gráficos utilizando papel monolog e log-log

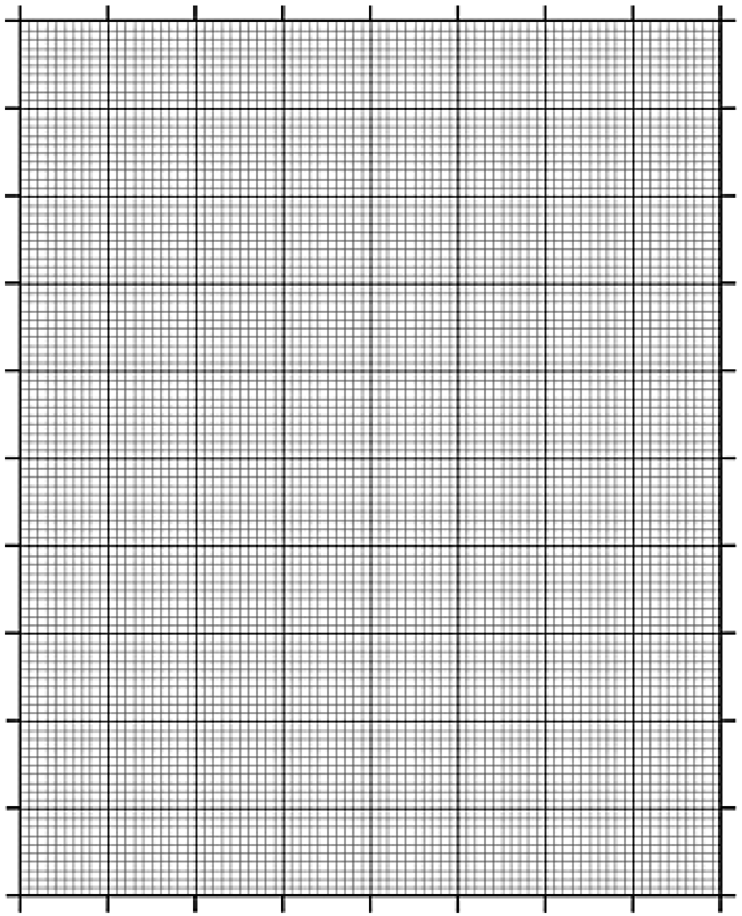
Professor: Leonardo Machado Cavalcanti

Escala Linear (ou Aritmética)

- Escala linear é aquela que possui **passo e degrau constantes**. Na escala linear estabelece-se uma correspondência entre a unidade de comprimento na escala e o valor da grandeza representada.

Ex:





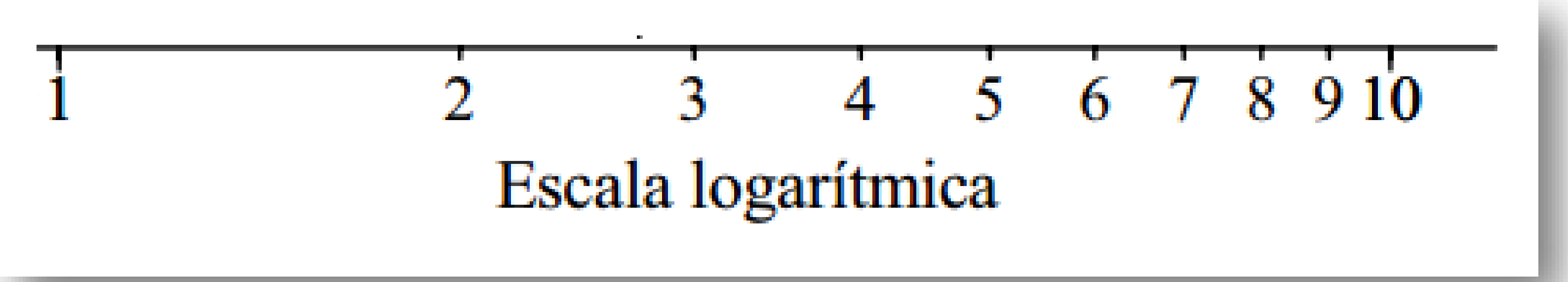
Papel milimetrado

Escala logarítmica

- Uma **escala logarítmica** é uma escala que usa o logaritmo de uma grandeza em vez da grandeza propriamente dita.

log 1 = 0
log 2 = 0.30
log 3 = 0.48
log 4 = 0.60
log 5 = 0.70
log 6 = 0.78
log 7 = 0.84
log 8 = 0.90
log 9 = 0.95
log 10 = 1

Mais próximos



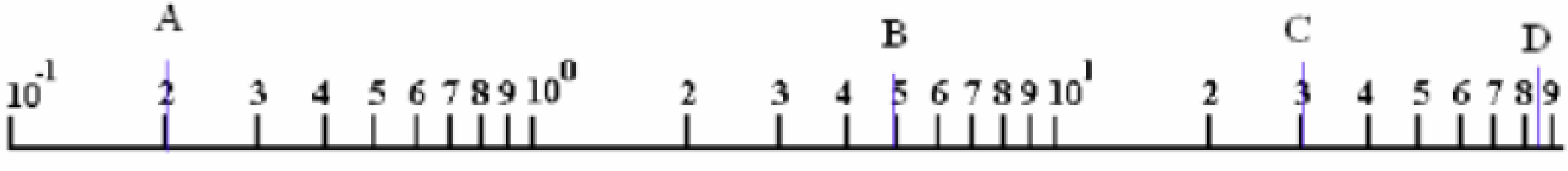
Uma **década** logarítmica, corresponde a uma variação de uma unidade de potência de 10 (isto é, de 10^n a 10^{n+1}) no valor numérico da grandeza

Escala logarítmica

- Representando valores numa escala logarítmica:

$A = 0{,}2 \text{ kg} = 2.10^{-1} \text{ kg}$ $B = 5{,}0 \text{ kg} = 5{,}0.10^{0} \text{ kg}$

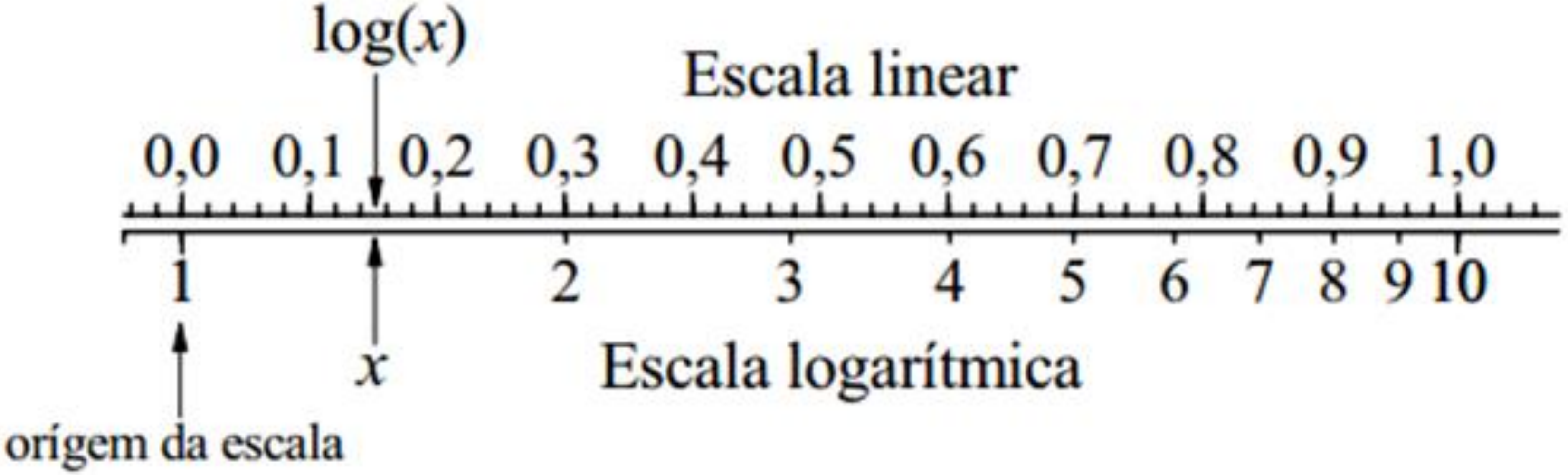
$C = 30 \text{ kg} = 3{,}0.10^{1} \text{ kg}$ $D = 85 \text{ kg} = 8{,}5.10^{1} \text{ kg}$



Escala logarítmica

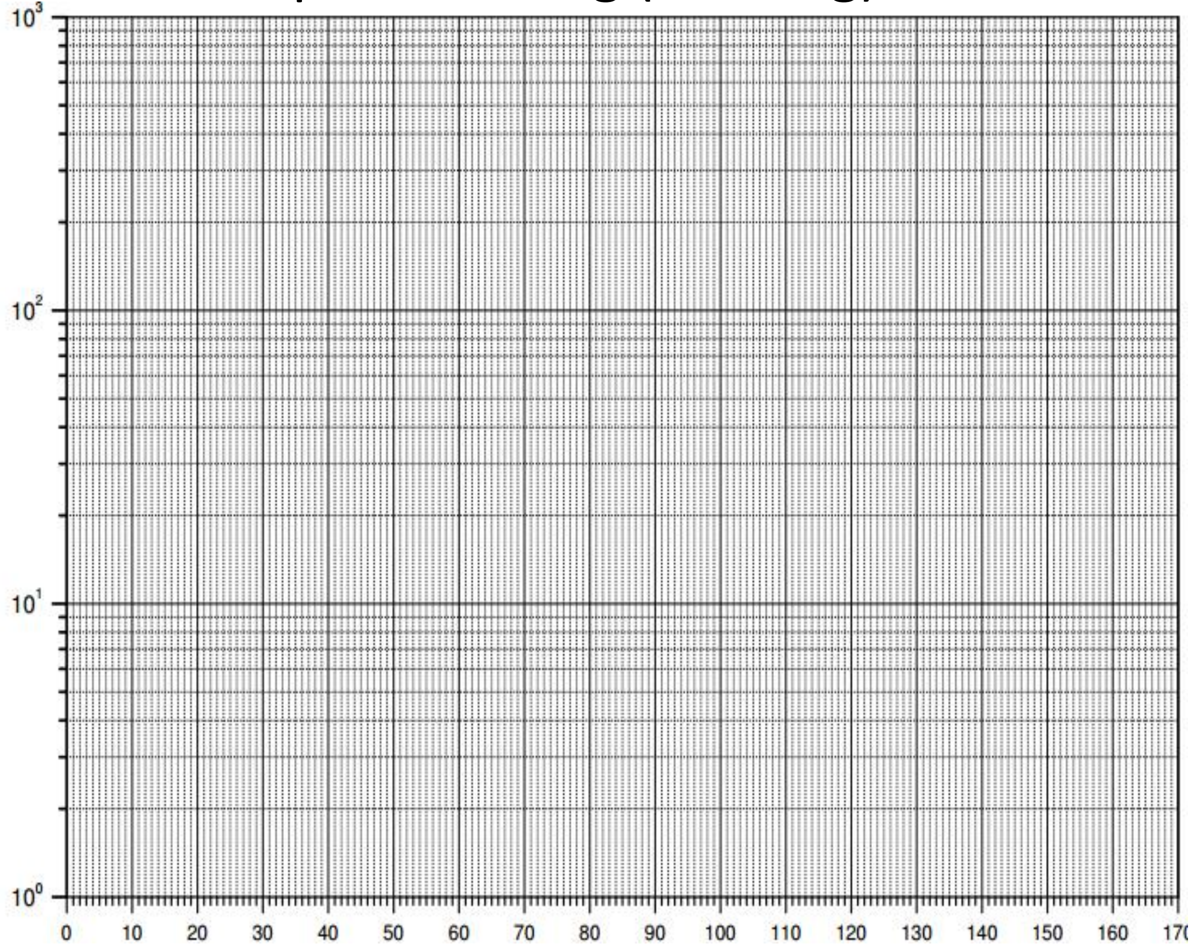
- Relação entre Escala Logarítmica e Linear

log 1 = 0
log 2 = 0.30
log 3 = 0.48
log 4 = 0.60
log 5 = 0.70
log 6 = 0.78
log 7 = 0.84
log 8 = 0.90
log 9 = 0.95
log 10 = 1

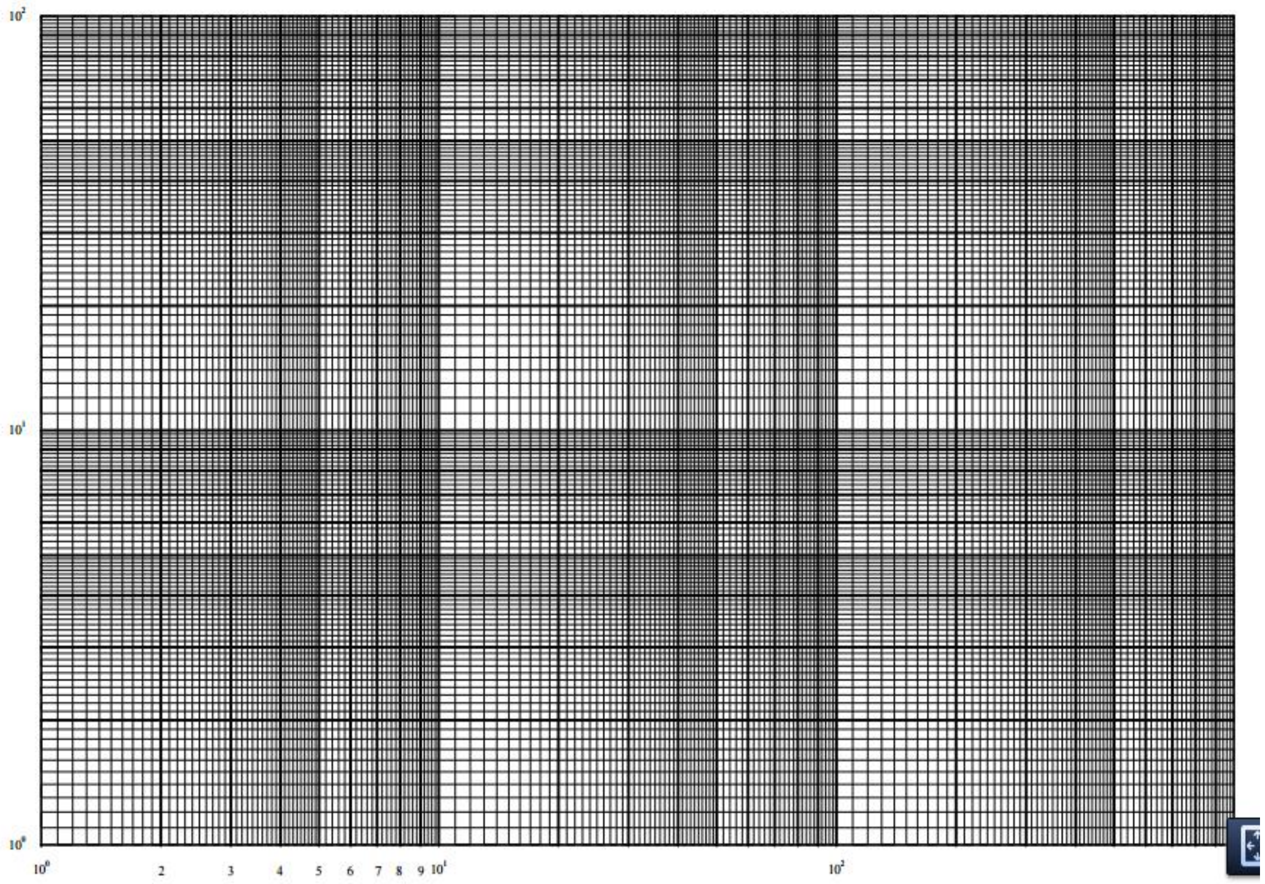


Escala logarítmica

Papel Monolog (Semilog)



Papel Log-log (Di-log)



Papel **Log-Log**

- O papel log-log “lineariza” o gráfico de uma **lei de potência**

$$y(x) = Cx^k$$

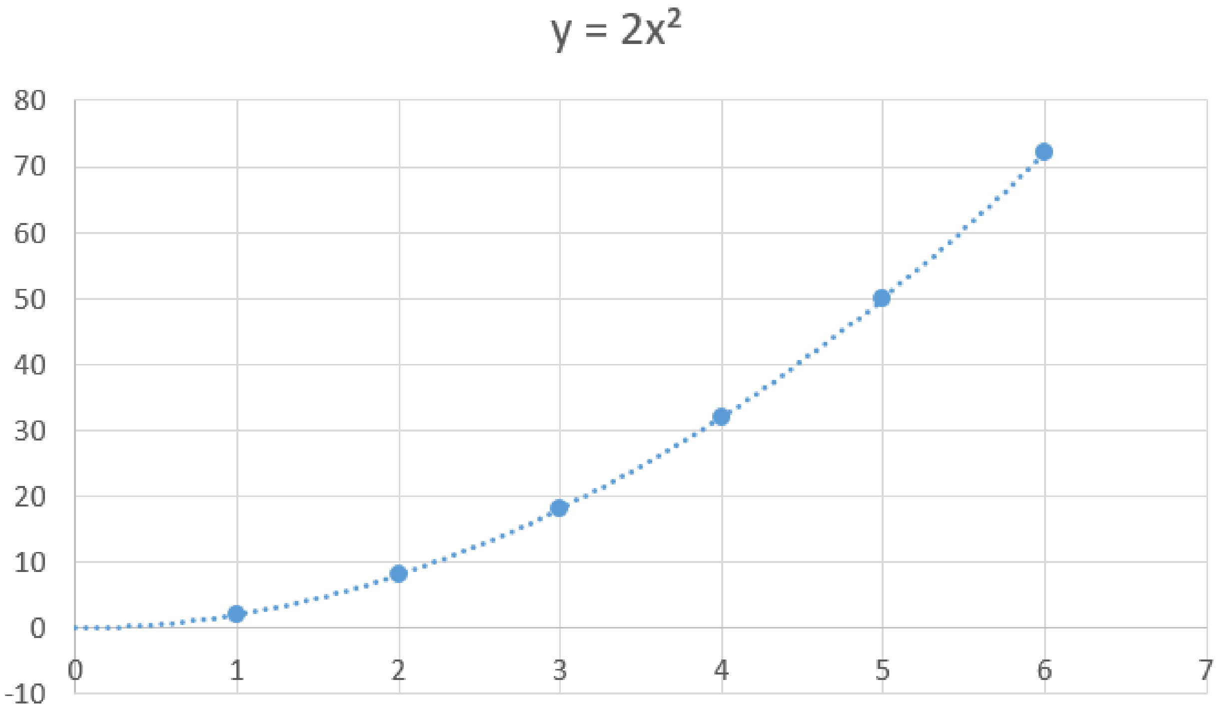
$$\log y(x) = \log Cx^k$$

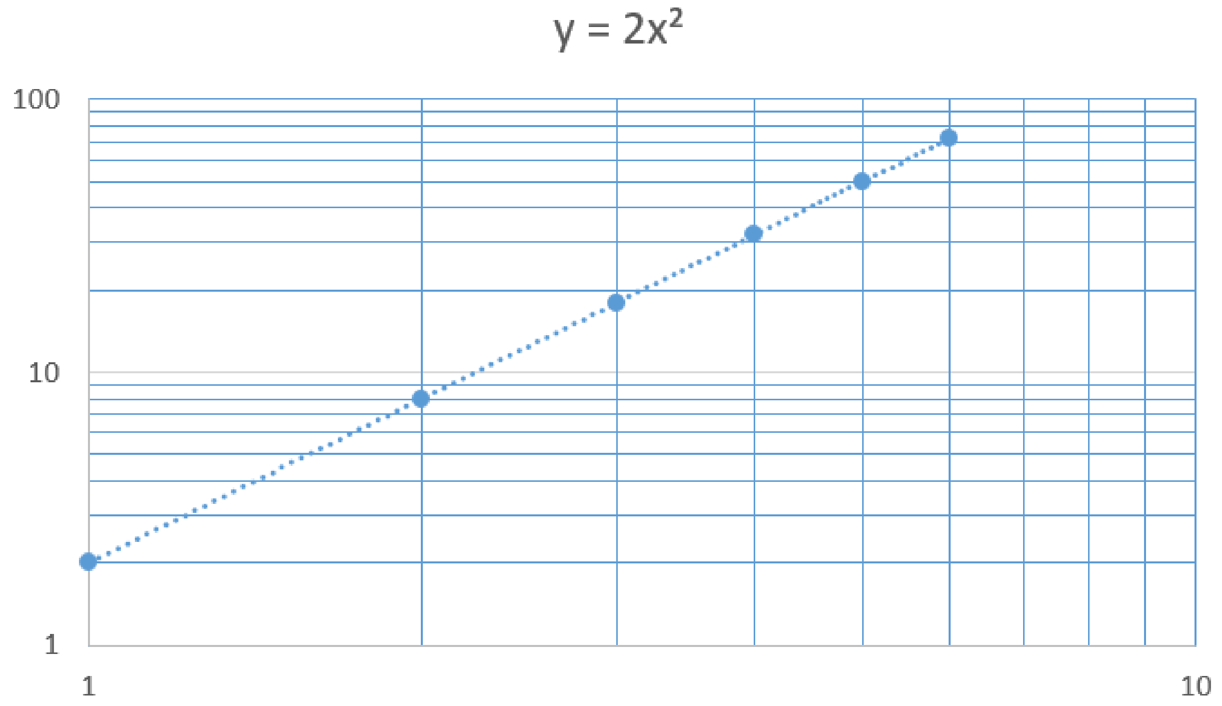
$$\log y(x) = \log C + k \log x$$

$$\underbrace{\log y(x)}_{Y} = \underbrace{\log C}_{B} + \underbrace{k}_{A} \underbrace{\log x}_{X}$$

Exemplo: $y(x) = 2x^2$

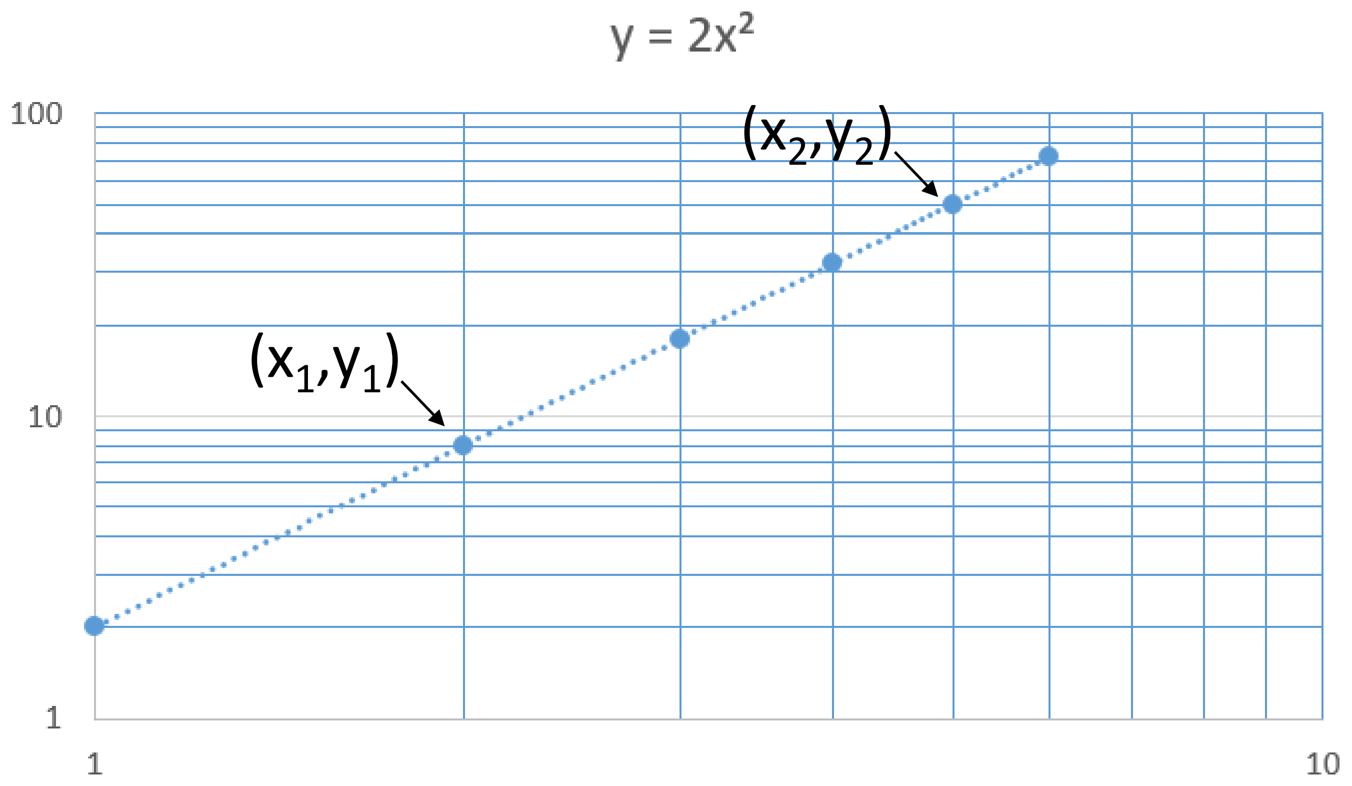
$$\underbrace{\log y(x)}_{Y} = \underbrace{\log 2}_{B} + \underbrace{2}_{A} \underbrace{\log x}_{X}$$





Exemplo: $y(x) = 2x^2$

$$\underbrace{\log y(x)}_{Y} = \underbrace{\log 2}_{B} + \underbrace{2}_{A} \underbrace{\log x}_{X}$$



Em gráficos log-log, o coeficiente linear da reta é extraído estendendo-se a reta até o eixo x = 1 **(log1 = 0)** e lendo-se diretamente o valor de interseção na escala. O coeficiente B é o logaritmo desse número.

- Coeficiente Angular:

$$A = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1}$$

$$A = \frac{\log 50 - \log 8}{\log 5 - \log 2} = \mathbf{2}$$

- Coeficiente Linear:

$$B = \log y_1 - A \log x_1$$

$$B = \log 8 - 2\log 2 = \mathbf{0,301}\ (= \mathbf{\log 2})$$

Papel **Monolog**

- O papel monolog "lineariza" o gráfico de uma **lei exponencial**

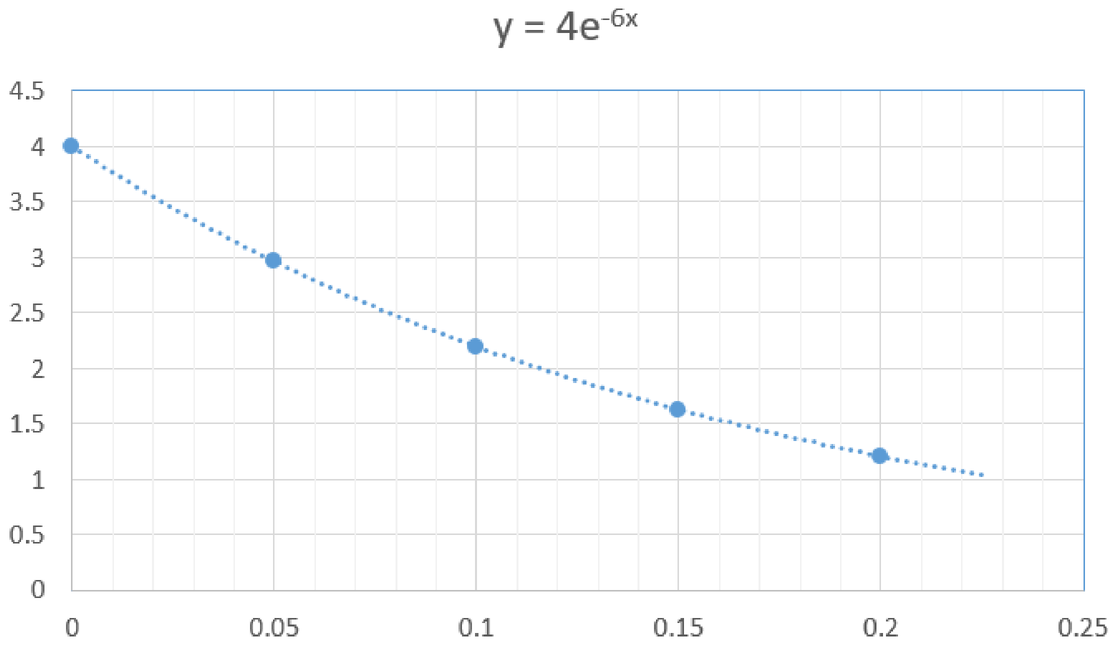
$$y(x) = Ce^{kx}$$

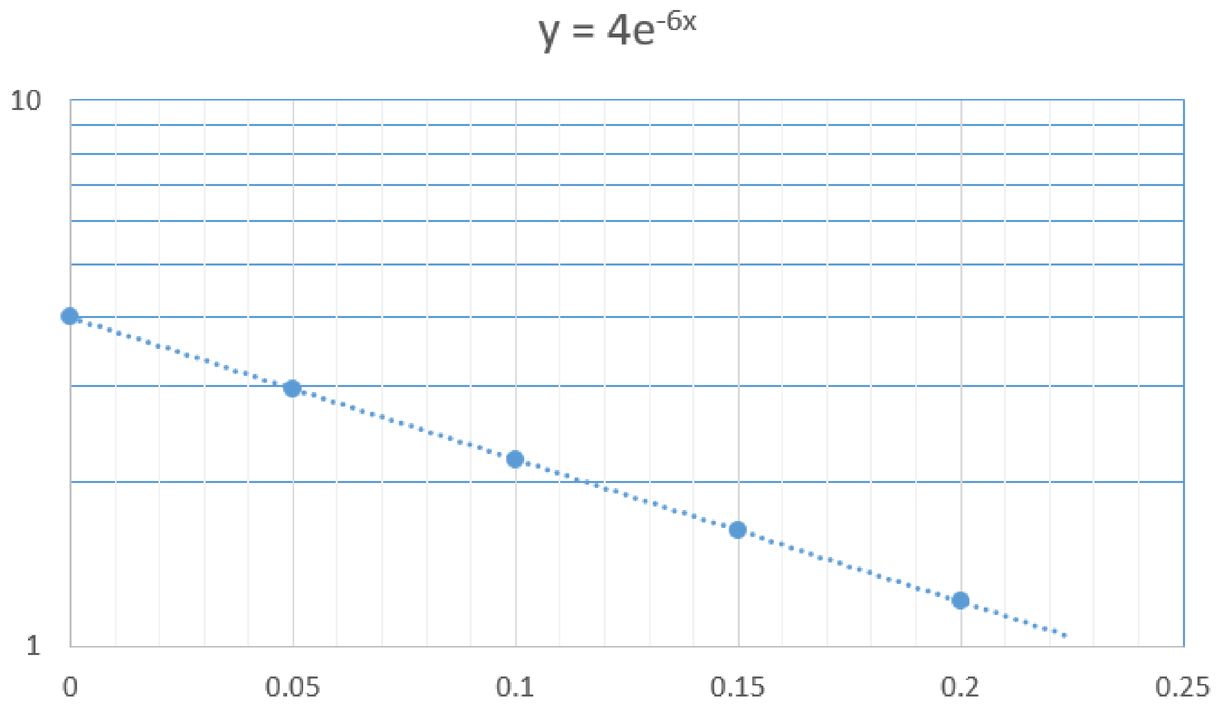
$$\log y(x) = \log Ce^{kx}$$

$$\log y(x) = \log C + kx \log e$$

$$\underbrace{\log y(x)}_{Y} = \underbrace{\log C}_{B} + \underbrace{x}_{X}\, \underbrace{k \log e}_{A}$$

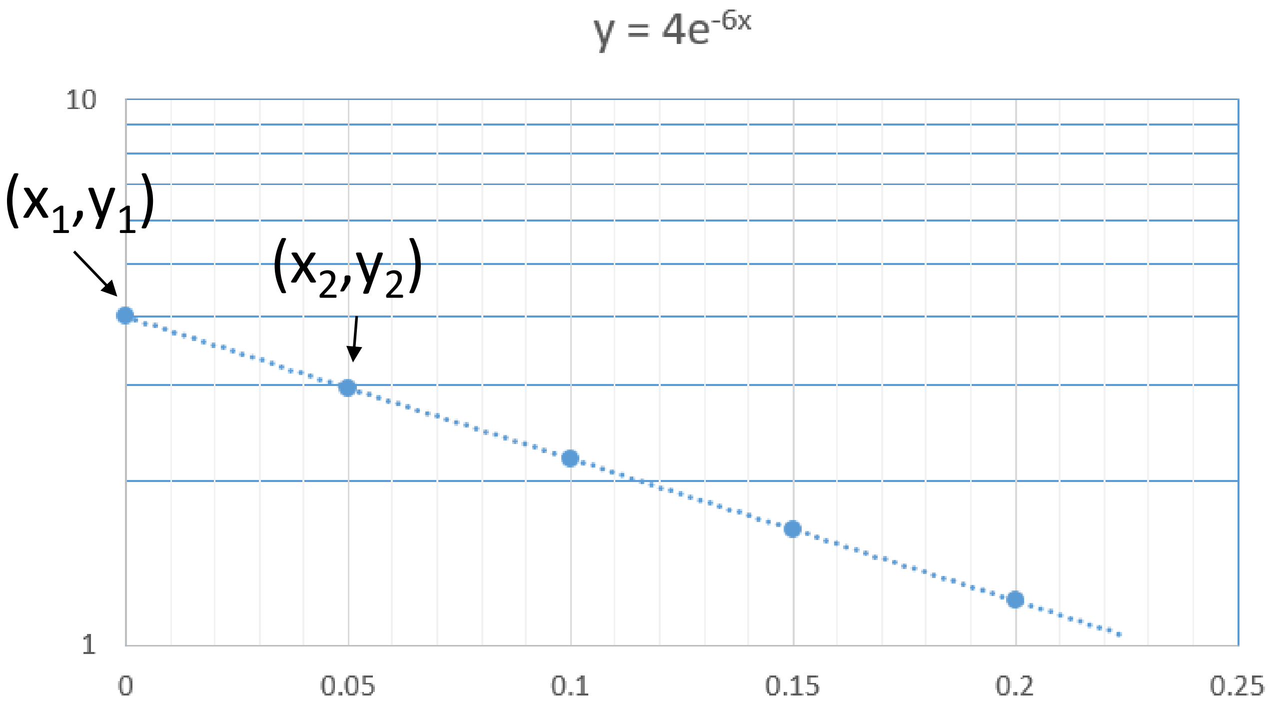
Exemplo: $y(x) = 4e^{-6x}$ $\Rightarrow$ $\underbrace{\log y(x)}_{Y} = \underbrace{\log 4}_{B} + \underbrace{x}_{X}\underbrace{(-6)\log e}_{A}$





Exemplo: $y(x) = 4e^{-6x}$ $\Rightarrow$

$$\underbrace{\log y(x)}_{Y} = \underbrace{\log 4}_{B} + \underbrace{x}_{X}\,\underbrace{(-6)\log e}_{A}$$



- Coeficiente Angular:

$$A = \frac{\log y_2 - \log y_1}{x_2 - x_1}$$

$$A = \frac{\log 2{,}96 - \log 4}{0{,}05 - 0} = \mathbf{-2,6}\ (= \mathbf{-6\ \log e})$$

- Coeficiente Linear:

$$B = \log y_1 - Ax_1$$

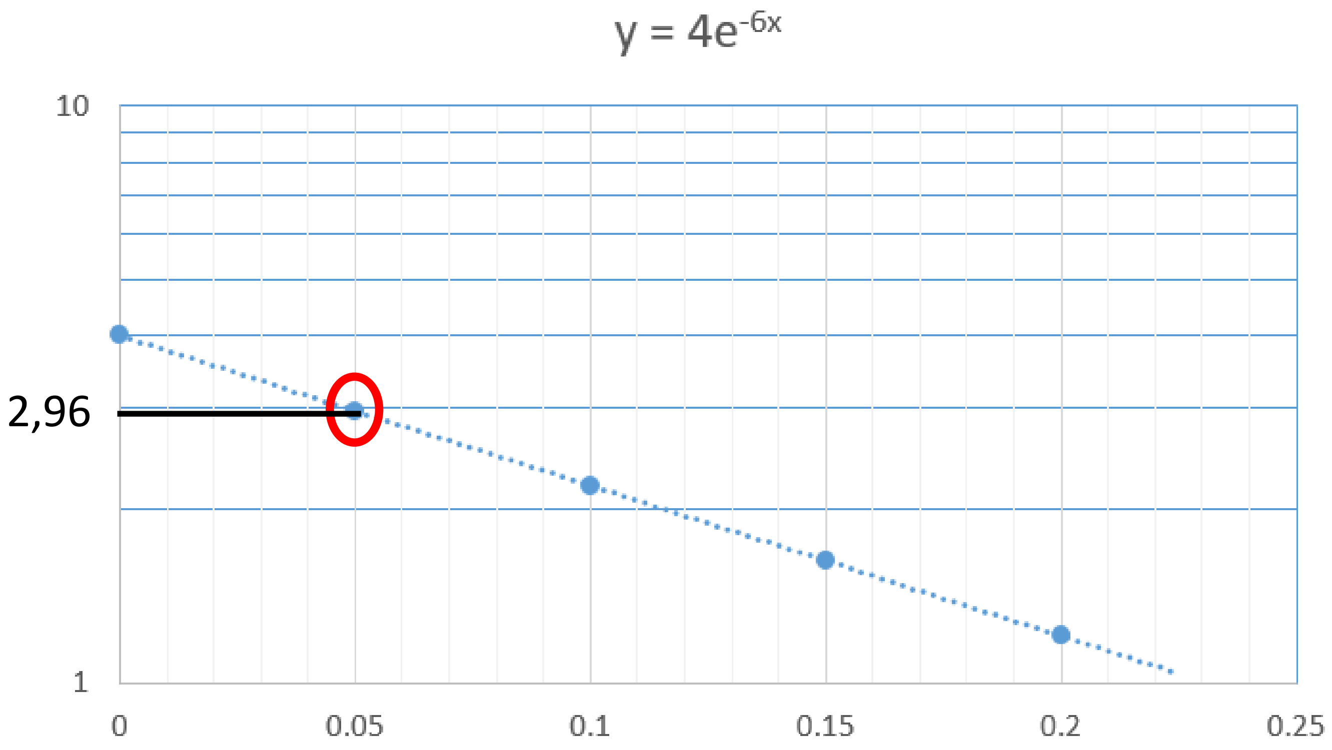
$$B = \log 4 - 2{,}6 \times 0 = \mathbf{0,6}\ (= \mathbf{\log 4})$$

Em gráficos monolog, o coeficiente linear da reta é extraído estendendo-se a reta até o eixo x = 0 e lendo-se diretamente o valor de interseção na escala. O coeficiente B é o logaritmo desse número.

OBS:

$$\underbrace{\log y(x)}_{Y} = \underbrace{\log 4}_{B} + \underbrace{x}_{X}\underbrace{(-6)\log e}_{A}$$

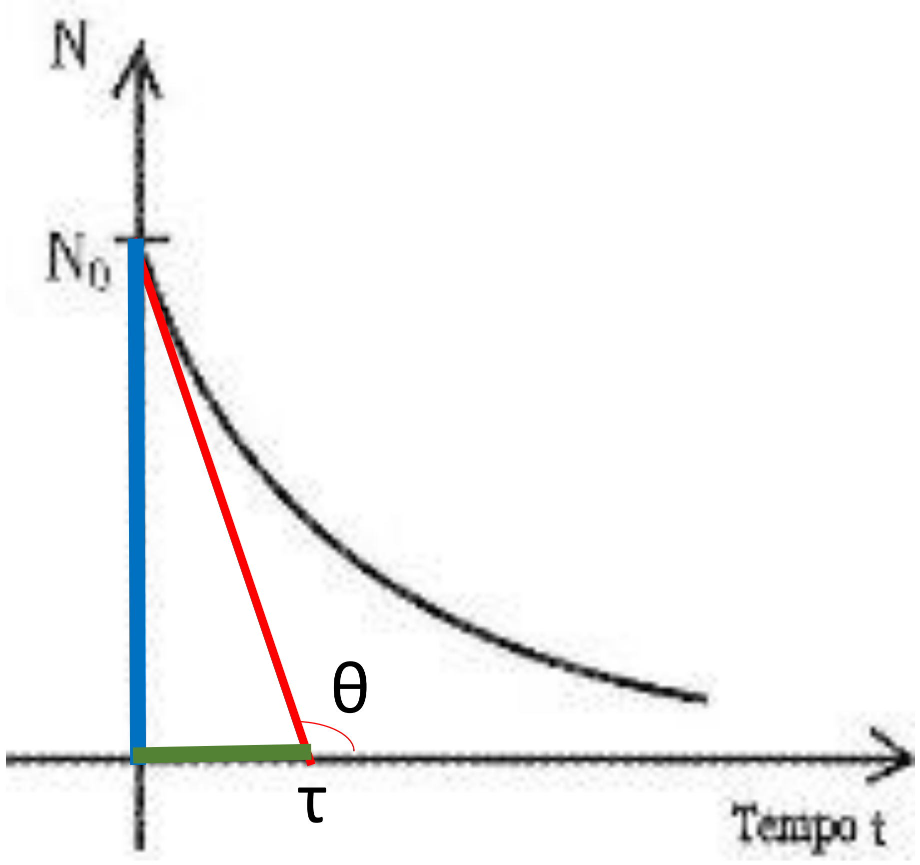
$$\text{X} = 0{,}05 \Rightarrow y = ?$$



$$\text{X} = 0{,}05 \Rightarrow Y = \log 4 + 0{,}05(-6)\log e$$

$$\text{X} = 0{,}05 \Rightarrow Y = 0{,}47 \qquad \Rightarrow \qquad y = 10^{Y} = 10^{0{,}47} = 2{,}96$$

Extra: Determinação da constante de tempo τ de um decaimento exponencial



$$N(\tau) = N_0 e^{-1} \approx 0{,}37 N_0$$

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\left.\frac{dN(t)}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{N_0}{\tau}$$

$$\tan\theta = \left.\frac{dN(t)}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{N_0}{\tau}$$